

MATEMÁTICAS -II

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DEL TEMA 12. INTEGRALES

Páginas 320, 321 y 322

- 1.-
- | | |
|---|---|
| <p>a) $2x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 7x + C$</p> <p>c) $3\sqrt{x} + \frac{x^5}{40} - 2x + C$</p> <p>e) $3x^4 + 20x^3 + \frac{75}{2}x^2 + C$</p> <p>g) $\frac{(6x^2-5)^9}{108} + C$ (mejor con C.V.)</p> <p>i) $\frac{(3\sqrt{x}-2)^5}{30} + C$ (mejor con C.V.)</p> <p>k) $\frac{3}{2} \ln 4x^2 - 2x + 3 + C$</p> <p>m) $\frac{7^{5x^2}}{10 \ln 7} + C$</p> <p>o) $4 \operatorname{sen}\left(\frac{x}{4}\right) + C$</p> <p>q) $\frac{5 \operatorname{Arctag}(2x)}{8} + C$</p> <p>s) $-2 \ln(3 - \operatorname{sen} 2x) + C$</p> <p>u) $-\frac{\cos^3(3x)}{9} + C$ (mejor con C.V.)</p> <p>y) $-\frac{5}{2} \operatorname{Arcsen}\left(\frac{2 \cos x}{\sqrt{7}}\right) + C$</p> | <p>b) $x^4 + \frac{2}{x} + C$</p> <p>d) $\frac{5x^2}{2} - \frac{14\sqrt{x^3}}{3} - 9 \ln x + C$</p> <p>f) $-\frac{(1-4x)^4}{16} + C$ (mejor con C.V.)</p> <p>h) $\frac{14\sqrt{(x^3+2)^3}}{9} + C$ (mejor con C.V.)</p> <p>j) $\frac{2}{3} \ln 2x^3 + 5 + C$</p> <p>l) $\frac{e^{3x}}{3} + C$</p> <p>n) $-\frac{\cos 6x}{2} + C$</p> <p>p) $-\frac{e^{-2x}}{2} + \frac{5 \operatorname{tag} x^3}{3} + C$</p> <p>r) $3\sqrt{2} \operatorname{Arcsen}\left(\frac{\sqrt{2}x}{3}\right) + C$</p> <p>t) $\frac{-3}{8(x^2+7)^4} + C$ (mejor con C.V.)</p> <p>w) $\frac{2 \ln \ln x }{3} + C$ (mejor con C.V.)</p> <p>z) $-3 \ln \cos(x^2 + 3) + C$</p> |
|---|---|
- 2.- Integrando dos veces y poniendo las condiciones del ejercicio se obtiene:
- $$f(x) = \frac{x^3}{6} + \frac{x}{2} + \frac{1}{3}$$
- 3.- Es una tontería de ejercicio porque hay infinitas primitivas, basta con cambiar la constante:
- a) $F(x) = -\frac{1}{2} \ln|4 - e^{2x}|$ o también por ejemplo: $F(x) = -\frac{1}{2} \ln|4 - e^{2x}| + 27$
- b) $F(x) = 2x^2 - 12x + 9 \ln|x|$ o también por ejemplo: $F(x) = 2x^2 - 12x + 9 \ln|x| - \frac{5}{2}$
- c) $F(x) = \frac{2}{9} \ln|1 + 9x^2| - \frac{5}{3} \operatorname{Arctag}(3x)$ o: $F(x) = \frac{2}{9} \ln|1 + 9x^2| - \frac{5}{3} \operatorname{Arctag}(3x) + 2$
- 4.-
- | | |
|---|--|
| <p>a) $-3xe^{-x} - 3e^{-x} + C$</p> <p>c) $\frac{7x^2 \cdot 7^{2x}}{\ln 7} - \frac{7x \cdot 7^{2x}}{\ln^2 7} + \frac{7 \cdot 7^{2x}}{2 \ln^3 7} C$</p> <p>e) $4x^2 \ln x - 2x^2 + C$</p> <p>g) $x \operatorname{Arc} \operatorname{tg} 2x - \frac{1}{4} \ln(1 + 4x^2) + C$</p> <p>i) $\frac{x^2}{2} \ln^2 x - \frac{x^2}{2} \ln x + \frac{x^2}{4} + C$</p> | <p>b) $-\cos 2x + \frac{5x \cos 2x}{2} - \frac{5}{4} \operatorname{sen} 2x + C$</p> <p>d) $\frac{e^{2x} \operatorname{sen} x + 2e^{2x} \cos x}{5} + C$</p> <p>f) $5x \ln x - 5x + C$</p> <p>h) $\frac{-2^{3x} \cos 3x + 2^{3x} \cdot \ln 2 \cdot \operatorname{sen} 3x}{3(1 + \ln^2 2)} + C$</p> |
|---|--|
- 5.-
- a) $-2 \ln|x - 1| + 5 \ln|x - 3| + C$
- b) $2 \ln|x + 2| + 3 \operatorname{Arctan} x + C$ (Ojo el numerador debe ser: $2x^2 + 3x + 8$)
- c) $\ln|x - 3| - \ln|x - 2| + C$
- d) $3 \ln|x - 1| - \frac{2}{x+2} - \ln|x + 2| + C$
- e) $x^2 - 2 \operatorname{Arctan}\left(\frac{x}{2}\right) + C$
- f) $-2 \ln|x + 1| + \frac{3}{8} \ln(4x^2 + 1) + 2 \operatorname{Arctan}(2x) + C$
- g) $2x + \frac{8}{3} \ln|x + 1| - \frac{2}{3} \ln|x - 2| + C$
- h) $\frac{x^2}{2} + \frac{7}{2} \ln|x - 2| + \frac{1}{2} \ln|x + 2| + C$
- i) $\frac{x^3}{3} - 9x + 27 \operatorname{Arctan}\left(\frac{x}{3}\right) + C$

- 6.-
- a) $\frac{3\sqrt[3]{(5x^2+2)^2}}{5} + C$ b) $\frac{-2}{3+\ln x} + C$
- c) $\frac{1}{2} \operatorname{Arctag}\left(\frac{e^x}{2}\right) + C$ d) $\frac{2(\sqrt{x})^3}{3} - x + 2\sqrt{x} - 2\ln|1 + \sqrt{x}| + C$
- e) $-\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + C$ f) $2x^2 - 4\ln|x^2 + 2| + \sqrt{2} \arctan\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) + C$
- 7.-
- a) $4\sqrt{x-2} - 12\ln(3 + \sqrt{x-2}) + C$
- b) $2\ln x + \frac{\ln^4 x}{8} + C$
- c) $-2x + 4\ln|e^x - 3| + C$ (Ojo: el numerador del enunciado es $2e^x + 6$)
- d) $4x - 8\sqrt{x} + 8\ln|1 + \sqrt{x}| + C$
- e) $\frac{\operatorname{sen}^3 x}{3} - \frac{\operatorname{sen}^5 x}{5} + C$
- f) $2\sqrt{x-1} + \ln|\sqrt{x-1} - 1| - \ln|\sqrt{x-1} + 1| + C$
- g) $2\ln|\ln x| - \ln|\ln x + 4| + C$
- h) $2\ln|e^x - 1| - 2\ln|e^x + 1| + C$
- i) $(\operatorname{Arctan} x)^2 + C$
- 8.-
- a) (por partes) $x \ln|x^2 - 4| - 2x - 2\ln|x - 2| + 2\ln|x + 2| + C$
- b) $\ln|2x - 1| - 3\ln|x + 1| + C$
- c) (C.V.) $\frac{8(\sqrt{x})^5}{5} + \frac{8(\sqrt{x})^3}{3} + 2\sqrt{x} + C$
- d) (C.V.) $\frac{5}{9} \operatorname{sen}^3 3x + C$
- e) $2x + \frac{1}{4}\ln(4x^2 + 5) - \frac{\sqrt{5}}{2} \operatorname{Arctan}\left(\frac{2x}{\sqrt{5}}\right) + C$
- f) (por partes) $4x^2 e^{2x} - 4x e^{2x} + 2 e^{2x} + C$
- g) (Inmediata) $\operatorname{Arctag}\left(\frac{x+3}{3}\right) + C$
- h) $-\frac{3}{x} - 2\ln|x + 1| + C$
- i) (C.V.) $\frac{1}{2}\ln|\ln^2 x - 1| + C$
- j) $3x - \frac{10}{x+2} - 6\ln|x + 2| + C$
- k) (C.V.) $\sqrt{x^2 - 1} - \operatorname{Arctan}\sqrt{x^2 - 1} + C$
- l) (por partes) $\left(\frac{x^4}{4} + x\right) \ln x - \frac{x^4}{16} - x + C$
- m) (C.V.) $8\sqrt[4]{x} - 24\ln(\sqrt[4]{x} + 3) + C$
- n) (por partes) $(x^2 - x)\operatorname{Arctan} x - x + \operatorname{Arctan} x + \frac{1}{2}\ln(x^2 + 1) + C$
- o) (C.V.) $6\ln|\ln x| - 6\ln|1 + \ln x| + C$
- p) (Inmediata) $-5\sqrt{5 + 4x - x^2} - 2 \operatorname{Arcsen}\left(\frac{x-2}{3}\right) + C$
- q) (por partes) $-\frac{e^{-2x}}{2}\left(x^2 + x + \frac{3}{2}\right) + C$
- r) (C.V.) $-2x + \ln|e^x - 1| + \ln|e^x + 1| + C$
- s) $4x + 6\ln(x^2 - 2x + 5) - 4 \operatorname{Arctan}\left(\frac{x-1}{2}\right) + C$
- t) (C.V.) $2 \operatorname{Arctan}\sqrt{x+1} + C$
- u) (Inmediata ó C.V.) $-\ln|3 + \cos^2 x| + C$
- w) (por partes) $\frac{2e^{-x}\operatorname{sen} 2x - e^{-x}\cos 2x}{5} + C$
- x) (Inmediata ó C.V.) $\operatorname{Arcsen}\left(\frac{\operatorname{tag} x}{2}\right) + C$
- y) $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{4}\ln|x - 1| + \frac{1}{4}\ln|x + 1| - \frac{1}{4}\ln(x^2 + 1) + C$

ACTIVIDADES ACCESO UNIVERSIDAD Pag. 322

1.- La función buscada es: $F(x) = 2x - 9 \ln|x + 3| + \ln|x + 1| + 1 + 9 \ln 3$

2.- $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} - 2x + \frac{11}{6}$

3.- Todas las primitivas son de la forma: $F(x) = 2x - 2 \ln|1 - e^x| + C$

4.- Las dos son primitivas de $f(x)$ ya que las derivas en ambos casos sale $f(x)$.

Te puede sorprender el resultado pero, aunque no lo parezca, las dos funciones solo se diferencian en una constante (simplifica la función $G(x)$ y verás como obtienes $F(x)$ excepto por la constante)

5.- $2x - 5 \ln|x^2 - x + 1| - \frac{14}{\sqrt{3}} \operatorname{Arctan}\left(\frac{2x-1}{\sqrt{3}}\right) + C$

6.- $4t \operatorname{sen}\left(\frac{t}{2}\right) + 8 \cos\left(\frac{t}{2}\right) + C$

7.- $\frac{1}{\ln 2} \operatorname{Arctan}(2^x) + \frac{1}{\ln 4} \ln(1 + 4^x) + C$

8.- $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$

9.- Primero hacemos un C.V. para eliminar el $\ln x$ y después por partes:

$$\frac{x^2 \operatorname{sen}(\ln x) + 2x^2 \cos(\ln x)}{5} + C$$

10.- (haciendo $\operatorname{sen} x = t$) $-\operatorname{sen} x + \frac{1}{2} \ln|1 + \operatorname{sen} x| - \frac{1}{2} \ln|1 - \operatorname{sen} x| + C$

11.- (por partes) $x \operatorname{Arcsen} x + \sqrt{1 - x^2} + C$

12.- Deberás recordar y utilizar algunas fórmulas de trigonometría.

a) $\operatorname{sen} x - \frac{2 \operatorname{sen}^3 x}{3} + \frac{\operatorname{sen}^5 x}{5} + C$

b) $\frac{x}{2} + \frac{\operatorname{sen} 2x}{4} + C$

c) $\frac{x}{8} - \frac{\operatorname{sen} 4x}{32} + C$

13.- Basta con derivar el resultado de la integral (la primitiva) y comprobar que sale correcto. (la derivada).

14.- $f(x) = 2x^2 - 3x + 4$

15.- $f(x) = \frac{x^2+1}{2} \ln(x^2 + 1) - \frac{x^2}{2}$ (la constante vale cero)

16.- $F(x) = (x^2 + 1) \operatorname{sen} x + 2x \cos x - 2 \operatorname{sen} x + 3\pi$