

MATEMÁTICAS -II

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DEL TEMA 14. PROBABILIDAD

Página 378, 379 y 380

- 1.-
 - a) $E = \{VVV, VVM, VMV, VMM, MVV, MVM, MMV, MMM\}$
 - b) $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
 - c) $E = \{BB, BD, DB, DD\}$

- 2.-
 - a) $A \cap B = \{(4,6); (5,5); (6,4)\}$
 - b) $A \cap B \cap C = \emptyset$ (Es Imposible)
 - c) $A \cup B = \{(1,4); (2,3); (3,2); (3,6); (4,1); (4,5); (4,6); (5,4); (5,5); (6,3); (6,4); (6,5); (6,6)\}$
 - d) $\bar{A} \cap C = \{(1,1); (1,2); (1,6); (2,1); (2,5); (3,4); (4,3); (5,2); (5,6); (6,1); (6,5)\}$

- 3.-
 - a) Si es una probabilidad porque cumple los tres axiomas.
 - b) No es una probabilidad porque $P(B) = -\frac{1}{5} < 0$ (no puede ser negativa)
 - c) No es una probabilidad ya que $P(A) + P(B) + P(C) = \frac{11}{8} \neq 1$ (La suma debe dar 1)

- 4.- $P(C) = \frac{3}{11}$

- 5.- $P(4) = \frac{2}{5}$

- 6.-
 - a) $P(VVMM) + P(VMVM) + P(VMMV) + P(MVVM) + P(MVMM) + P(MMMV) = \frac{6}{16}$
 - b) $P(\text{al menos } 2V) = \frac{11}{16}$
 - c) $P(\text{una mujer como máximo}) = 5/16$

- 7.- En este tipo de ejercicios puede ser útil elaborar una tabla de contingencia.
 - a) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{6}$
 - b) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$
 - c) $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 7/12$
 - d) $P(A \cap \bar{B}) = \frac{1}{12}$

- 8.-
 - a) $P(\text{ninguna cara}) = P(\text{las tres cruces}) = P(XXX) = \frac{1}{8}$
 - b) $P(2 \text{ caras y } 1 \text{ cruz}) = \frac{3}{8}$

- 9.- También puede ser conveniente elaborar una tabla de contingencia, aunque no es necesario.
 - a) $P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y) = \frac{2}{5} + \frac{1}{2} - 0 = \frac{9}{10}$
 - b) $P(X \cup \bar{Y}) = P(X) + P(\bar{Y}) - P(X \cap \bar{Y}) = \frac{2}{5} + \frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{1}{2}$
 - c) $P(\bar{X} \cap \bar{Y}) = P(\bar{X}) + P(\bar{Y}) - P(\bar{X} \cap \bar{Y}) = \frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{10} = 1$
De otra forma) $P(\bar{X} \cup \bar{Y}) = P(\overline{X \cap Y}) = 1 - P(X \cap Y) = 1 - 0 = 1$
 - d) $P(\overline{X \cup Y}) = 1 - P(X \cup Y) = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$

- 10.- En este tipo de ejercicios puede ser útil elaborar una tabla de contingencia.
 - a) $P(\bar{D} \cap \bar{M}) = 0,10$
 - b) $P(D \cap \bar{M}) = 0,60$

- 11.- En este tipo de ejercicios puede ser útil hacer un diagrama de árbol aunque no es necesario.

$$P(OO) + P(PO) + P(PP) + P(OO) + P(PO) + P(PP) + P(OO) + P(PO) + P(PP) = \frac{132}{600} + \frac{56}{600} + \frac{20}{600} = \frac{208}{600} = \frac{26}{75} \cong 0,347$$

- 12.-
 - a) $P(BBB) = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38} = \frac{720}{59280} \cong 0,012$
 - b) $P(BBE) + P(BEB) + P(EBB) = \frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{10}{38} + \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{39} \cdot \frac{9}{38} + \frac{10}{40} \cdot \frac{10}{39} \cdot \frac{9}{38} = \frac{2700}{59280} \cong 0,046$
 - c) $6 \cdot P(OCE) + 6 \cdot P(OCB) + 6 \cdot P(OEB) + 6 \cdot P(CEB) = 6 \left[4 \left(\frac{10}{40} \cdot \frac{10}{39} \cdot \frac{10}{38} \right) \right] = \frac{24000}{59280} \cong 0,4049$
De una forma más elegante: $P(X, \text{otro palo}, \text{otro palo distinto}) = 1 \cdot \frac{30}{39} \cdot \frac{20}{38} = \frac{600}{1482} \cong 0,4049$

13.- a) La tabla quedaría del siguiente modo:

	NIÑOS	JÓVENES	ADULTOS	TOTAL
MUJERES	80	70	50	200
HOMBRES	50	30	20	100
TOTAL	130	100	70	300

b) $P(\text{niño o niña}) = P(\text{niños}) = \frac{130}{300} = \frac{13}{30} = 0,433$

c) $P(H \cap A) = \frac{20}{300} = \frac{1}{15} = 0,067$

14.- En este ejercicio hay que contar entre los 36 casos posibles que hay.

a) $P(\text{un 3/suma7}) = \frac{P(\text{un3} \cap \text{suma7})}{P(\text{suma7})} = \frac{2/36}{6/36} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \cong 0,33$

b) $P(\text{dif2/un5}) = \frac{P(\text{dif2} \cap \text{un5})}{P(\text{un5})} = \frac{2/36}{11/36} = \frac{2}{11} = 0,18$

15.- En este tipo de ejercicios puede ser útil hacer un diagrama de árbol aunque no es necesario.

$$P(\bar{D}) = P(A \cap \bar{D}) + P(B \cap \bar{D}) + P(C \cap \bar{D}) = 0,45 \cdot 0,96 + 0,30 \cdot 0,95 + 0,25 \cdot 0,94 = 0,952$$

16.- Haremos una tabla de contingencia con datos y si nos parece otra de probabilidades:

	V	M	TOTAL
F	5	105	110
\bar{F}	95	195	290
TOTAL	100	300	400

	V	M	TOTAL
F	5/400	105/400	110/400
\bar{F}	95/400	195/400	290/400
TOTAL	100/400	300/400	1

a) $P(\bar{F}) = \frac{290}{400} = \frac{29}{40} = 0,725$

b) $P(V \cap F) = \frac{5}{400} = \frac{1}{80} = 0,0125$

c) $P(M/F) = \frac{P(M \cap F)}{P(F)} = \frac{105/400}{110/400} = \frac{105}{110} = \frac{21}{22} = 0,95$

17.- En este tipo de ejercicios puede ser útil hacer un diagrama de árbol aunque no es necesario.

a) $P(A) = P(G \cap A) + P(P \cap A) = \frac{7}{10} \cdot 0,05 + \frac{3}{10} \cdot 0,02 = 0,041$

b) $P(G/A) = \frac{P(G \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{7}{10} \cdot 0,05}{0,041} = 0,854$

18.- Haremos una tabla de contingencia de probabilidades y la completaremos:

	V	\bar{V}	TOTAL
A	0,6		
\bar{A}			0,35
TOTAL	0,8		

	V	\bar{V}	TOTAL
A	0,6	0,05	0,65
\bar{A}	0,2	0,15	0,35
TOTAL	0,8	0,2	1

a) $P(A \cap V) = 0,6$

(Es un poco rara esta pregunta porque es un dato. Probablemente en el dato de la pregunta querían decir: "Entre los que viven en la ciudad al 60% les parece adecuada $P(A/V) = 0,6$ " pero ese es otro ejercicio distinto)

b) $P(\bar{A}/\bar{V}) = \frac{P(\bar{A} \cap \bar{V})}{P(\bar{V})} = \frac{0,15}{0,2} = 0,75$

19.- En este tipo de ejercicios puede ser útil hacer un diagrama de árbol aunque no es necesario.

a) $P(T) = P(A \cap T) + P(\bar{A} \cap T) = 0,85 \cdot 0,30 + 0,15 \cdot 0,40 = 0,315$

b) $P(A/\bar{T}) = \frac{P(A \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{0,85 \cdot 0,70}{0,85 \cdot 0,70 + 0,15 \cdot 0,60} = \frac{0,595}{0,685} = 0,869$

También se puede hacer: $P(A/\bar{T}) = \frac{P(A \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{0,85 \cdot 0,70}{1 - 0,315} = \frac{0,595}{0,685} = 0,869$

20.- Con las condiciones del problema sabemos que $P(C)=3/4$ y que $P(X)=1/4$

Resulta conveniente hacer un diagrama de árbol para organizar el experimento mejor:

$$a) P(B) = P(C \cap B) + P(X \cap B) = \frac{9}{32} + \frac{5}{52} = \frac{157}{416} = 0,377$$

$$b) P(C/B) = \frac{P(C \cap B)}{P(B)} = \frac{9/32}{157/416} = \frac{117}{157} = 0,745$$

ACTIVIDADES ACCESO UNIVERSIDAD - Pag. 380

1.- Resulta conveniente hacer un diagrama de árbol para organizar el experimento mejor:

$E = \{\text{Explota la española}\}$ $F = \{\text{Explota la francesa}\}$ $G = \{\text{Encuentra Gas}\}$

$$a) P(G) = 0,45 + 0,24 = 0,69$$

$$b) P(E/G) = \frac{P(E \cap G)}{P(G)} = \frac{0,45}{0,45+0,24} = \frac{0,45}{0,69} = 0,65$$

2.- Se sabe que: $P(A)=0,5$; $P(B)=0,5$ y que $P(A/B)=0,3$

A partir de aquí tenemos:

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B) = 0,5 \cdot 0,3 = 0,15$$

Con esto podemos construir una tabla de contingencia con probabilidades y contestar a cualquier pregunta:

	B	\bar{B}	TOTAL
A	0,15		0,5
\bar{A}			
TOTAL	0,5		

	B	\bar{B}	TOTAL
A	0,15	0,35	0,5
\bar{A}	0,35	0,15	0,5
TOTAL	0,5	0,5	1

$$\boxed{P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,15}$$

3.- Se sabe que: $P(M \cap A) = 0,40$; $P(R)=0,20$ y que $P(M/R)=0,35$

A partir de aquí tenemos:

$$P(M \cap R) = P(R) \cdot P(M/R) = 0,2 \cdot 0,35 = 0,07$$

Con esto podemos construir una tabla de contingencia con probabilidades y contestar a cualquier pregunta:

	Am	Roj	TOTAL
M	0,40	0,07	
H			
TOTAL		0,20	

	A	R	TOTAL
M	0,40	0,07	0,47
H	0,40	0,13	0,53
TOTAL	0,8	0,2	1

$$a) P(M) = 0,47$$

$$b) P(R/H) = \frac{P(R \cap H)}{P(H)} = \frac{0,13}{0,53} = 0,245$$

4.- Sea $M=\{\text{Metro llega puntual}\}$; $T=\{\text{Tren llega puntual}\}$; $A=\{\text{Autobús llega puntual}\}$

$$a) P(M \cap T \cap A) = 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,6 = 0,432$$

$$b) P(\bar{M} \cap \bar{T} \cap \bar{A}) = 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,4 = 0,008$$

$$c) P\{\text{Sólo uno de ellos}\} = P(M \cap \bar{T} \cap \bar{A}) + P(\bar{M} \cap T \cap \bar{A}) + P(\bar{M} \cap \bar{T} \cap A) = 0,072 + 0,032 + 0,012 = 0,116$$

$$d) P(\text{al menos dos}) = P(M \cap T \cap \bar{A}) + P(M \cap \bar{T} \cap A) + P(\bar{M} \cap T \cap A) + P(M \cap T \cap A) = 0,288 + 0,108 + 0,048 + 0,432 = 0,876$$

5.- Se sabe que: $P(aM) = 0,5$; $P(aI) = 0,375$ y $P(\overline{aM} \cap \overline{aI}) = 0,25$

Con esto podemos construir una tabla de contingencia con probabilidades y contestar a cualquier pregunta:

	aI	\overline{aI}	TOTAL
aM			0,5
\overline{aM}		0,25	
TOTAL	0,375		

	aI	\overline{aI}	TOTAL
aM	0,125	0,375	0,5
\overline{aM}	0,25	0,25	0,5
TOTAL	0,375	0,625	1

a) $P(\text{al menos una}) = P(\overline{\text{ninguna}}) = 1 - p(\overline{aM} \cap \overline{aI}) = 1 - 0,25 = 0,75$

También se puede hacer:

$P(aM \cup aI) = P(aM) + P(aI) - P(aM \cap aI) = 0,5 + 0,375 - 0,125 = 0,75$

b) $P(aM \cap aI) = 0,125$

c) $P(M/I) = \frac{P(M \cap I)}{P(I)} = \frac{0,125}{0,375} = 0,33$

6.- Se sabe que: $P(A) = 1/3$; $P(B) = 1/4$ y que $P(A \cup B) = 5/12$

A partir de aquí tenemos:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow \frac{5}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

Con esto podemos construir una tabla de contingencia con probabilidades y contestar a cualquier pregunta:

	B	\overline{B}	TOTAL
A	1/6		1/3
\overline{A}			
TOTAL	1/4		

	B	\overline{B}	TOTAL
A	1/6	1/6	1/3
\overline{A}	1/12	7/12	2/3
TOTAL	1/4	3/4	1

$$P(\overline{A}/B) = \frac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{1/12}{1/4} = \frac{1}{3}$$

7.- Resulta conveniente hacer un diagrama de árbol para organizar el experimento mejor:

a) $P(M \cap T) = 0,725 \cdot 0,70 = 0,5075 = 50,75\%$

b) $P(T) = P(M \cap T) + P(\overline{M} \cap T) = 0,5075 + 0,091575 = 0,5991 = 59,91\%$

c) $P(M/\overline{T}) = \frac{P(M \cap \overline{T})}{P(\overline{T})} = \frac{0,2175}{0,2175 + 0,1834} = \frac{0,2175}{0,4009} = 0,5425$

8.- Una vez mas resulta conveniente realizar un diagrama de árbol para organizar los datos.

a) $P(P) = P(E \cap P) + P(F \cap P) + P(O \cap P) = 0,003 + 0,0004 + 0,00001 = 0,00361$

b) $P(O/P) = \frac{P(O \cap P)}{p(P)} = \frac{0,00001}{0,00361} = 0,00277 = 0,277\%$

9.- Una vez mas, resulta conveniente realizar un diagrama de árbol para organizar los datos.

a) $P(I) = P(V \cap I) + P(\overline{V} \cap I) = 0,04 + 0,18 = 0,22 = 22\%$

b) $P(V/I) = \frac{P(V \cap I)}{P(I)} = \frac{0,04}{0,22} = 0,1818$