MATEMÁTICAS -II

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DEL TEMA 5. GEOMETRÍA

Páginas 138 y siguientes

1.- $\vec{u} \cdot \vec{v} = 13$; $|\vec{u}| = \sqrt{26}$; $|\vec{v}| = 5$ $\alpha = \widehat{\vec{u},\vec{v}} \simeq 59°20'34''$

2.- a) Hay dos posibles soluciones que son: $\vec{v} = (-6,3,6)$ y $\vec{v} = (6,-3,-6)$
b) Infinitos vectores que cumplen esa condición que son de la forma $\vec{v} = (2\lambda, -5\lambda, 4\lambda)\ \forall\lambda \in R^*$
c) Infinitos vectores que cumplen esas condiciones, son de la forma $\vec{v} = (\lambda, 0\,, 2\lambda - 1)\ \forall\lambda \in R$

3.- Infinitos vectores cumplen esas condiciones, son de la forma $\vec{v} = (\lambda, -2\lambda\,, 4\lambda)\ \forall\lambda \in R^*$
Como me piden uno. podría ser P.EJ. para $\lambda = 1$ $\vec{v} = (1, -2\,, 4)$

4.- $\hat{A} \simeq 71°46'25''$ $\hat{B} \simeq 71°46'25''$ $\hat{C} \simeq 36°27'10''$
Evidentemente es un triángulo isósceles porque tiene dos ángulos iguales.

5.- Basta con demostrar que el producto escalar es cero.

6.- Con el eje OX: 90º ; con el eje OY: 30º y con el eje OZ: 60º

7.- No EvAU Realmente las rectas no se cortan (se cruzan), puedes comprobarlo, por tanto no se puede hablar de ángulo entre dos estas dos rectas, pero si se cortasen el ángulo se calcularía así:
Los vectores directores son: $\vec{r} = (4, -3\,,0)$; $\vec{s} = (-1{,}7\,, -3)$ $\Rightarrow$ $\boxed{\alpha = \widehat{\vec{r},\vec{s}} = 49°23'13{,}72''}$

8.- No EvAU $sen(\widehat{r,\pi}) = 0$ luego tenemos $\boxed{(\widehat{r,\pi}) = 0°}$
Si forman 0º quiere decir que son paralelos o la recta está superpuesta al plano. Investígalo

9.- No EvAU $\boxed{\alpha \simeq 75°38'12{,}11''}$

10.- No EvAU $d(P,\pi) = \frac{3}{2}\ u. = 1{,}5\ u.$

11.- No EvAU Los planos son paralelos luego la distancia es: $d(\pi_1, \pi_2) = \frac{\sqrt{14}}{4} \simeq 0{,}94\ u.$

12.- a) r: $\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{4} = -z$ b) El plano será: π: $x - z = 0$
c) π: $4x - 2y - z - 2 = 0$ d) π: $x - y + 2z + 4 = 0$

13.- π: $x - z - 2 = 0$

14.- π: $x - y + z = 0$

15.- Se tiene que dar: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ Hay dos posibles soluciones: $\boxed{t = \sqrt{3}\ ;\ t = -\sqrt{3}}$

16.- a) Será el punto Q(-1,3,-2)
b) Será el punto Q(2,0,0)
c) La proyección es otra recta de ecuación: r: $\begin{cases} x + 7y + 5z + 20 = 0 \\ x + 2y - 3z + 5 = 0 \end{cases}$

17.- a) P'(-3,2,-5) b) Q'(3,-2,4)
c) El punto A pertenece a la recta luego es simétrico de si mismo.

18.- π: $3x - 2y + 2z - 1 = 0$

19.- Se calcula como intersección de dos planos: r': $\begin{cases} x + y - 2z + 1 = 0 \\ 2x + y + 4z - 6 = 0 \end{cases}$

20.- Se puede hacer de dos formas:
- Hallando el plano mediatriz del segmento AB y el punto de corte de dicho plano con la recta.
- Poniendo un punto P genérico de la recta (en paramétricas) y luego d(P,A)=d(P,B)

En cualquier caso la solución será: P(3,0,-1)

21.- No EvAU Debe ser paralelo a él y tendrá por ecuación: $\pi\colon\ x - y + z + 3 = 0$

22.- No EvAU Hay dos planos posibles, uno a cada lado del origen, y tienen por ecuaciones:
$\pi\colon\ x + y + 8\sqrt{2} = 0$ y $\pi'\colon\ x + y - 8\sqrt{2} = 0$

23.- Se calcula como intersección de dos planos: $r'\colon \begin{cases} x - 3y - 4z + 25 = 0 \\ 7x - 3y - z - 15 = 0 \end{cases}$

ACTIVIDADES DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

1.- Se debe verificar que $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v}) = 0$ entonces se obtiene: $\boxed{a=2\ ;\ a=-2}$

2.- a) Se supone que la letras están ordenadas (H está sobre D). El vector $\overrightarrow{DH} = (0,0,2)$
y por tanto el resto de vértices son: E(2,0,2) ; F(2,2,2) y G(0,2,2)
b) Estas diagonales forman un ángulo de 60º.
c) El lado del cubo es 2 u. por lo que su volumen es $8\ u^3$.

3.- No EvAU Hay dos puntos en la recta que cumplen estas condiciones que son:
$P\left(-\frac{17}{7}, -\frac{11}{7}, -\frac{2}{7}\right)$ y $Q\left(-\frac{10}{7}, \frac{1}{7}, \frac{4}{7}\right)$

4.- Se calcula como intersección de dos planos: $s\colon \begin{cases} x - 2y - z + 2 = 0 \\ x + y - z - 1 = 0 \end{cases}$

5.- Se puede calcular como intersección de dos planos, el que contiene al triángulo ABC y el que pasa por A y es perpendicular al lado BC. Se obtiene:

$$r\colon \begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

6.- Se puede calcular como intersección de dos planos, uno que contiene a la recta y al punto P y otro que es perpendicular a la recta y pasa por el punto P. Se obtiene:

$$r\colon \begin{cases} 14x + 13y - 2z - 41 = 0 \\ 2x - 2y + z + 7 = 0 \end{cases}$$

También podemos calcularla buscando el punto Q, intersección del plano perpendicular por P con la recta que nos dan, resolviendo el sistema recta-plano: $\begin{cases} \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = \quad t \end{cases} \\ 2x - 2y + z + 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow Q(0,3,-1)$

El vector director de la recta buscada será $\vec{v} = \overrightarrow{QP} = (1,-2,-6)$ y la recta pedida será:

$$r\colon\ \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+7}{-6}$$

7.- Observa que el punto P está en el plano que te dan. Se puede calcular como intersección de dos planos, el que nos dan y el que contiene al eje OZ pasando por el punto P. Se obtiene:

$$r\colon \begin{cases} x - 2y + z - 3 = 0 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$$

8.- El punto C está en la perpendicular desde A hasta la recta y vale C(3,0,7).
El triángulo ABC es rectángulo en A ($\hat{A} = 90°$) porque $\overrightarrow{AB}$ es perpendicular a $\overrightarrow{AC}$.

9.- a) El punto que buscamos es: P(-7 , -1 , -9/2)
b) No EvAU La recta es paralela al plano. El ángulo que forman por tanto es 0º.

10.- El punto buscado es P(1,4,0)