

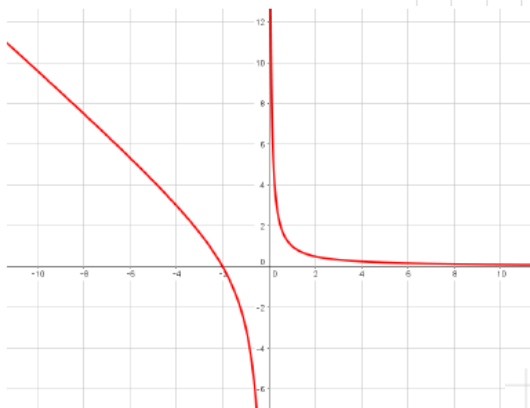
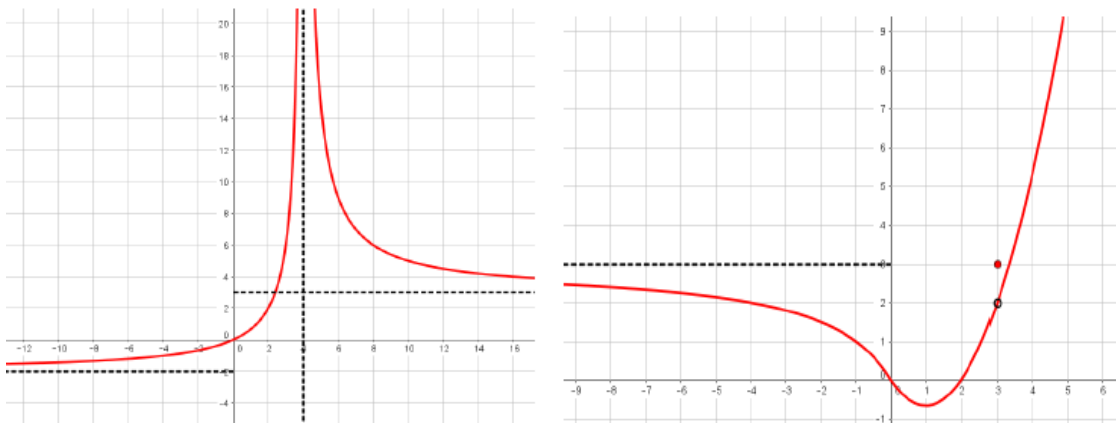
MATEMÁTICAS -II

SOLUCIONES A LOS EJERCICIOS DEL TEMA 7. LÍMITES DE FUNCIONES

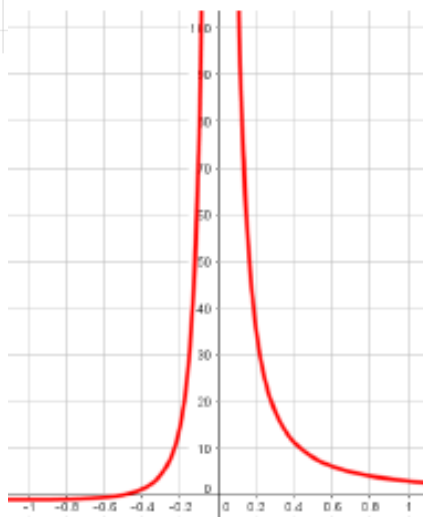
Página 192, 193 y 194

- 1.- $y=f(x)$ -2, -1, 0, No definida, -2, 4, 4, 0, -2
 $y=g(x)$ 0, No existe, No existe, $-\infty$, $1/3$, 5, ∞ , 14, ∞

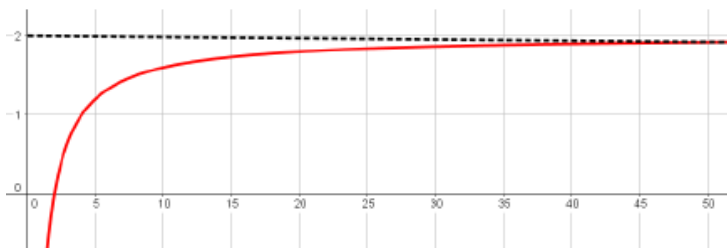
2.- Hay distintas formas de dibujarlas pero una de ellas puede ser:



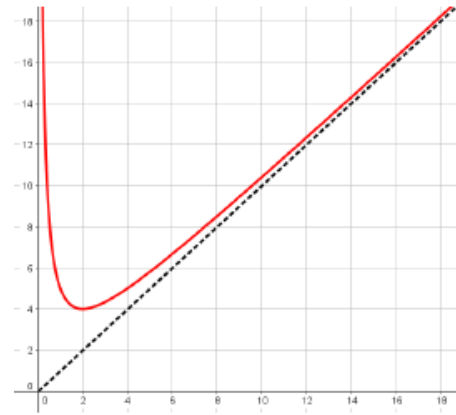
- 3.- a) Podemos conseguir que el valor de la función sea tan grande como queramos (tiene a infinito) dando a la x valores muy pequeñitos (próximos a cero)



- b) Podemos conseguir que el valor de la función se aproxime a 2 tanto como queramos dando a la x valores lo suficientemente grandes (x tiende a infinito)



c) Podemos conseguir que el valor de la función sea tan grande como queramos (tiene a infinito) dando a la x valores lo suficientemente grandes (x tiende a infinito)



- 4.- a) Hay dos asíntotas verticales que son: $x=2$; $x=-2$
 b) Hay una asíntota vertical que es $x=3$
 c) Hay infinitas A. Verticales que son rectas de la forma $x = k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$

- 5.- a) $y=1$ b) $y=0$ c) $y=0$

- 6.- a) $y=2x-4$ b) $y=x-2$ c) $y=x+2$

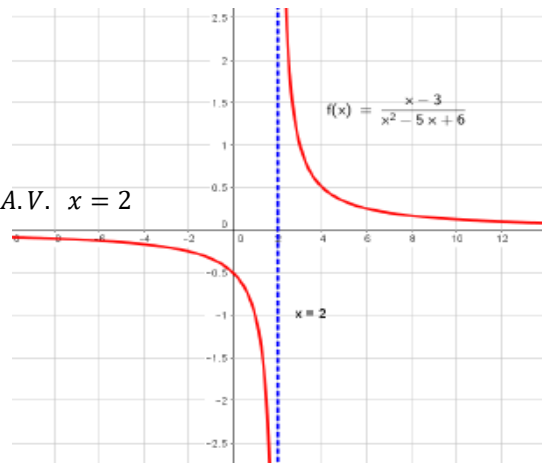
- 7.- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \rightarrow A.H. y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -1/2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty \end{cases} \parallel \rightarrow A.V. x = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0 \rightarrow A.H. y = 0$$



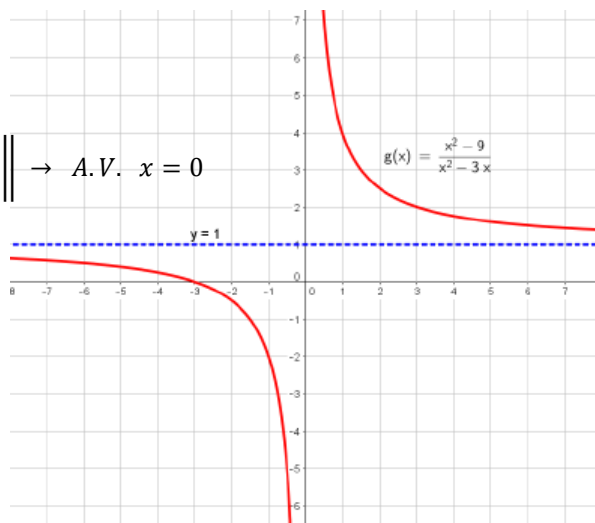
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 1 \rightarrow A.H. y = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = +\infty \end{cases} \parallel \rightarrow A.V. x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 5/2$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1 \rightarrow A.H. y = 1$$

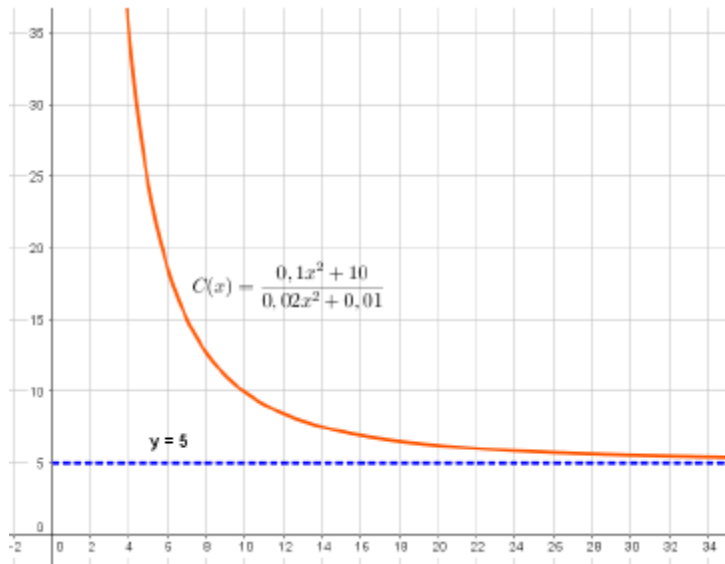


- 8.- a) ∞ b) $1/2$ c) 0 d) $1/3$ e) -2
 f) no existe g) 4 h) 4 i) $1/27$ j) $+\infty$
 k) no existe l) $-\infty$ m) 0 n) $\sqrt{3}/6$ ñ) ∞
 o) $e^{-1/2}$ p) 0 q) ∞
- 9.- a) 1 b) e^2 c) 2 d) ∞ e) 1 f) $\sqrt[4]{\frac{5}{6}}$
 g) $7/4$ h) ∞ i) ∞ j) 0 k) $\sqrt{e^3}$ l) $1/4$
- 10.- a) $3/4$ b) 0 c) $2/3$ d) $1/3$ e) $\ln 3$ f) $1/8$
- 11.- a) e^{-6} b) 0 c) 1
- 12.- $C(0)=1000 \text{ €}$; $C(1)=366,67\text{€}$; $C(2)=115,57\text{€}$; $C(3)=57,37\text{€}$
 Como puede observarse el coste va disminuyendo conforme pasan los años. Calculemos los años que deben transcurrir para que el coste sea 10€. ($C(x)=10$) Esto da un resultado de $x \approx 9,95$
 Por lo tanto a partir de los 10 años el coste por habitante es menos de 10€.

A largo plazo, se supone que el tiempo crece indefinidamente, luego debemos hacer el límite para saber lo que le ocurre al coste cuando $x \rightarrow \infty$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} C(x) = 5$$

Luego el coste se aproximará a 5€ por habitante.

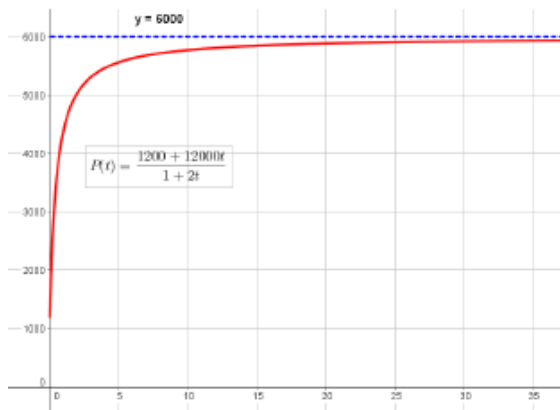


ACTIVIDADES ACCESO A LA UNIVERSIDAD- pag.194

1.- a) $k = -3$ b) $k = -4$ c) $k = \frac{2}{1-\pi}$

2.- a) $P(0)=1200$ $P(2)=5040$

b) Cuando pase el tiempo de forma indefinida $t \rightarrow \infty$ el número de plantas se estabilizará en torno a las 6000.



3.- Efectivamente, se pueden calcular y ver que son correctos.

4.- Puede tener como máximo dos Oblicuas, pero una será hacia $+\infty$ y la otra hacia $-\infty$

Puede tener como máximo dos Horizontales, pero una será hacia $+\infty$ y la otra hacia $-\infty$
 Puede tener muchas A. Verticales, en todos aquellos valores $x=a$ que anulen el denominador y que al menos uno de sus límites laterales será $+\infty$ ó $-\infty$ ($\lim_{x \rightarrow a^\pm} f(x) = \mp\infty$)

- a) A.V. $x=1$; A.H. No tiene ; A.O. $y = x-2$
 b) A.V. $x=-3$; A.H. No tiene ; A.O. $y = x-9$

5.- a) Si $a=0$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = e^{1/4} = \sqrt[4]{e}$
 Si $a \neq 0$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = e^0 = 1$

b) Si $a < 0$ la función no existe para valores positivos de x luego no se puede calcular el límite.

Si $a=0$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{3x+4}] = \infty$

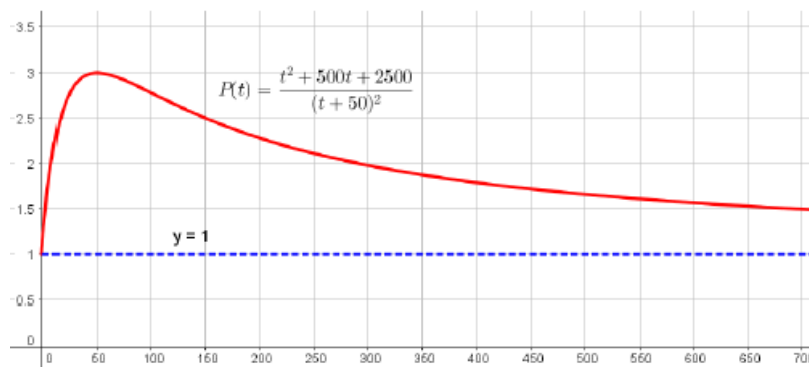
Si $a > 0$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{3x+4} - \sqrt{ax}] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3-a)x+4}{\sqrt{3x+4}+\sqrt{ax}} = \begin{cases} 0 & \text{si } a = 3 \\ -\infty & \text{si } a > 3 \\ \infty & \text{si } 0 < a < 3 \end{cases}$

6.- a) -1 b) $\sqrt{7}/7$ c) 4

- 7.- a) $P(0) = 1$ millón de habitantes.
 b) $P(25) = 2,78$ millones de habitantes.

c) Cuando el tiempo transcurre indefinidamente $P = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^2+500t+2500}{t^2+100t+2500} = 1$

Podemos observar como vuelve a bajar y se estabiliza en torno a 1 millón de habitantes



8.- a) $C_m(x) = \frac{10x+2000}{x}$

b) $C_m(10) = 2010$ € por tarjeta ; $C_m(100) = 210$ € por tarjeta ;
 $C_m(1000) = 30$ € por tarjeta

c) El límite vale 10 y significa que si fabricamos muchas tarjetas, el coste de fabricación de cada una se va reduciendo paulatinamente hasta aproximarse a los 10€ por tarjeta, pero de ahí no baja.

